| | |
|---|---|
| Title | Twisting Formulas of Jones polynomials |
| Author(s) | 横田, 佳之 |
| Citation | 数理解析研究所講究録 (1992), 813: 141-143 |
| Issue Date | 1992-11 |
| URL | http://hdl.handle.net/2433/83049 |
| Right | |
| Type | Departmental Bulletin Paper |
| Textversion | publisher |

数理解析研究所講究録
813巻 1992年 141-143



# Twisting Formulas of Jones polynomials

九州大学理学部　横田佳之

Kを$S^3$内のknotとし，VをKを内部に含むsolid torusとする。Vのmeridian diskとKのgeometric及びalgebraic intersection numberを$p$, $\lambda$で表す。KをVのmeridian diskに沿ってtwistしたとき，そのJones多項式がどの様に変化するのかを調べる。

定義.（Jones polynomial）

(i) $V_{\bigcirc}(t)=1$

(ii) $t^{-1}V_{L_+}(t)-tV_{L_-}(t)=(t^{\frac{1}{2}}-t^{-\frac{1}{2}})V_{L_0}(t)$

定理. Kを$\mu$回twistして得られるknotを$K_\mu$とおく。このとき，

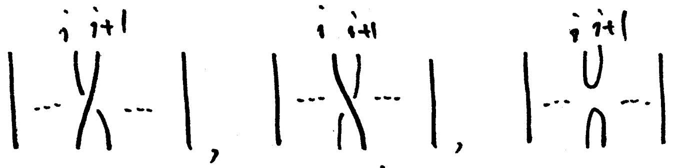
$$V_{K_\mu}(t)=\sum_{i=0}^{[p/2]} t^{\lambda_i\cdot\mu}\,\psi_i(t)$$

が成立。ただし

$$\lambda\text{が偶数} \Rightarrow \begin{cases} (t^{\frac{1}{2}}+t^{-\frac{1}{2}})\cdot \mathcal{V}_i(t) \in \mathbb{Z}[t^{\pm\frac{1}{2}}] \\ 4\mu_i = 3\lambda^2-4i(i+1) \end{cases}$$

$$\lambda\text{が奇数} \Rightarrow \begin{cases} \mathcal{V}_i(t) \in \mathbb{Z}[t^{\pm\frac{1}{2}}] \\ 4\lambda_i = 3\lambda^2-3-4i(i+2). \end{cases}$$

Sketch of Proof: $G_n$を次の$\sigma_i^{\pm 1}$, $e_i$で生成される半群とする。




$\sigma_i$ , $\sigma_i^{-1}$ , $e_i$

さらに、$\mathbb{C}G_n$のideal $I_n$を

$\sigma_i - A^{-1} - Ae_i$,

$\sigma_i^{-1} - A - A^{-1}e_i$,

$e_i^2 + (A^2+A^{-2})e_i$

で生成されるものとすると

$\mathbb{C}G_n/\text{reg.iso} \,\&\, I \cong J_n$ (Temperley Lieb algebra)

となる。$J_n$はsemisimpleであることが知られているが、その既約表現を$\rho_{n,i}$, $0\leq i\leq [n/2]$で表す。

さて、任意の$\xi\in G_n$に対し、そのclosure $\hat{\xi}$は$S^3$内のknot又はlinkとなる。このとき、次のことが

知られている。

定理(村上).

$$V_\xi(t) = \sum_{i=0}^{[n/2]} w_i \, \mathrm{Tr}(\rho_{n,i}(\xi))$$

ここで, $w_i$ は適当な weight で,

$$\begin{cases} (t^{\frac{1}{2}}+t^{-\frac{1}{2}})\, w_i \in \mathbb{Z}[t^{\pm\frac{1}{2}}] & \text{if } n \text{ is even} \\ w_i \in \mathbb{Z}[t^{\pm\frac{1}{2}}] & \text{if } n \text{ is odd.} \end{cases}$$

さて今 $K = \hat{\xi}$, $\xi \in G_n$ とする。

$$\Delta = (\sigma_1 \sigma_2 \cdots \sigma_{n-1})^n$$

とすると,

$$K_\mu = \widehat{\Delta^\mu \cdot \xi}$$

となることに注目する。$\Delta^\mu$ は $G_n$ の center に含まれるので, $\rho_{n,i}(\Delta^\mu)$ は schalar となる。

また, 表現 $\rho_{n,i}$ の構成法から

$$\rho_{n,i}(\xi) = 0 \quad \text{for } n > [p/2]$$

が導びかれ, 定理の結果を得る。